Tag der Geometrie TU Graz 4.5.2011

Animationen mit GAM

Erwin Podenstorfer

Animationen geometrischer Figuren und Strukturen – da gibt es „die Bewegung in der Geometrie" schon lange – können dazu dienen, geometrische Inhalte leichter und rascher zu verstehen und die Situation gut zu veranschaulichen.
Die Grundlage, dass Animationen in GAM möglich sind, ist die Existenz des sogenannten „Formeleditors" in GAM, d.h., Abmessungen von Objekten, Komponenten von Transformationen, Einstellungswerte für Abbildungen können durch Variable festgelegt werden. Ändert man den Wert einer Variablen geringfügig und stetig und wird nach jeder Änderung die Abbildung durchgeführt, ergibt sich eine Animation.

Bei Transformationen (ausser Spiegelung, Matrix) kann die animierte Durchführung der Transformation automatisch in das Protokoll eingebaut werden, man muß nur die Checkbox *animiert* aktivieren.

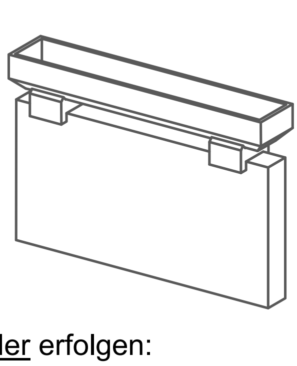
Es wird automatisch eine sogenannte Bereichsvariable w festgelegt, die ihre Werte von 0 bis 1 mit einer Schrittweite von 0.025 ändert. Die Eintragung im Formeleditor erfolgt mit:
w=0..1,0.025 Siehe Menüpunkt *Bearbeiten – Variable,Animationen*
Wird z.B. ein Objekt einer Schiebung mit dem Vektor (9,8,0) unterworfen, wird im Protokoll automatisch der modifizierte Schiebvektor T(9*w,8*w,0) eingetragen. In das Protokoll kann bekanntlich mit dem Menüpunkt *Bearbeiten – Protokoll – editieren* (<Strg><O>) Einblick genommen werden. Für die erstmalige Darstellung wird automatisch w = 1 gesetzt (neu in GAMV16), d.h., es wird das Ergebnis der Transformation dargestellt.
Verwendet man den Befehl für Animieren – Schaltfläche *anim* am linken Rand, oder Menüpunkt *Bearbeiten – Variable – animieren* – wird zunächst w = 0 gesetzt und die Situation dargestellt (Anfangsposition), dann wird w um die Schrittweite 0.025 erhöht und wieder abgebildet. Das wird solange wiederholt, bis w den Endwert 1 erreicht hat.
Die Zeitspanne zwischen den einzelnen Schritten kann voreingestellt *werden:*
so schnell es geht, 0.1, 0.2, 0.3,…,10 Sekunden.
Weitere Einstellungsmöglichkeiten:

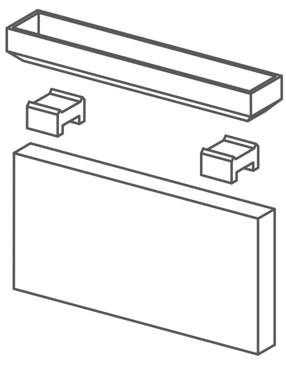
Maßstab beibehalten
zurück zur Ausgangsposition
automatisch wiederholen

Eine laufende Animation kann mit der <esc> - Taste unterbrochen werden und mit der Schaltfläche *anim* wieder fortgesetzt werden (neu in GAMV16)

Blumentrog

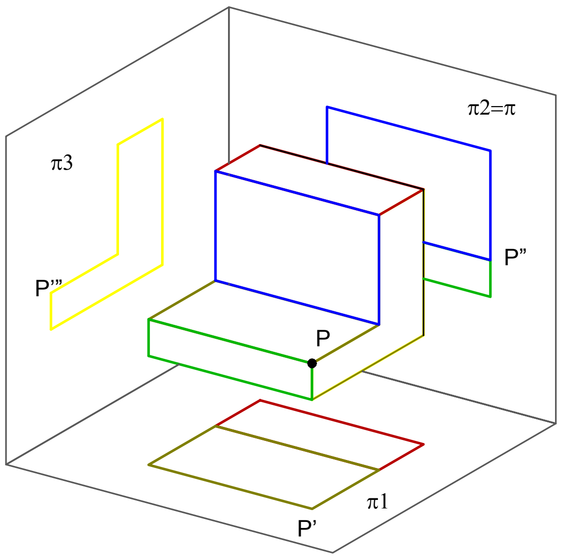
a) Erstellen einer animierten Explosionszeichnung. Aktivieren der Checkbox *anim* beim Festlegen des Schiebvektors. Die beteiligten Objekte werden gleichzeitig verschoben.

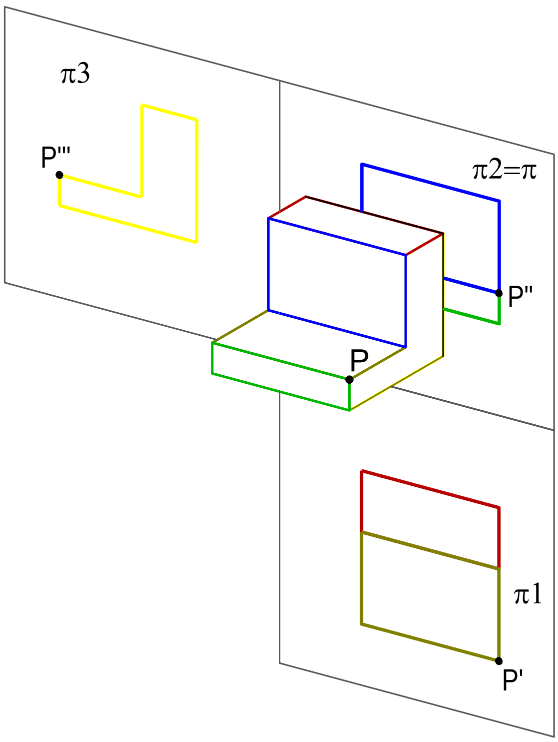




b) Wenn man die Bereichsvariable vor Durchführung der Transformation Verschieben selbst im Formeleditor durchführt, kann man erreichen, dass die Verschiebungen hintereinander erfolgen:
Formeleditor:
w=0..2.5,0.0075
w1=IF(w<=1:w:1)
w2=IF(w<=1:0:IF(w<=2: w-1:1))
Für die Verschiebung des Troges legen wir den Schiebvektor mit (0,0,60*w1) fest, für die Verschiebung der beiden Stützen (0,0,30*w2).
Für w=2 bis w=2.5 geschieht gar nichts → Pause!

GAK



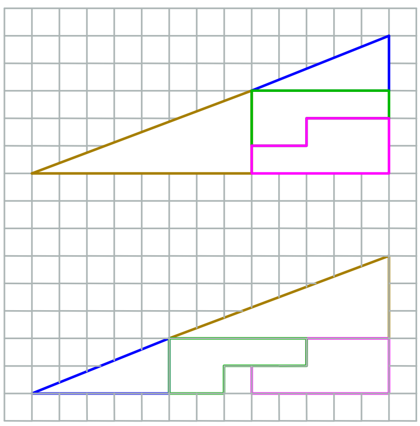


Die Veranschaulichung der Anordnung von Grund-, Auf- und Kreuzriss eines Objektes soll durch 5 hintereinander ausgeführte animierte Transformationen erfolgen.

s=0..6.5,0.02 *Bereichsvariable*

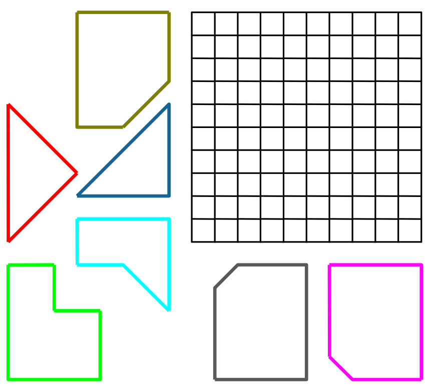
s1=IF(s<=1:s:1)	Verschiebung von P → P'
s2=IF(s<=1:0:IF(s<=2:s-1:1))	P → P''
s3=IF(s<=2:0:IF(s<=3:s-2:1))	P → P''' Pause
s4=IF(s<=4:0:IF(s<=5:s-4:1))	
*w1=s4*90*	Drehung von π1 → π
s5=IF(s<=5:0:IF(s<=6:s-5:1))	
*w2=s5*90*	Drehung von π3 → π

Weißer Fleck im Dreieck



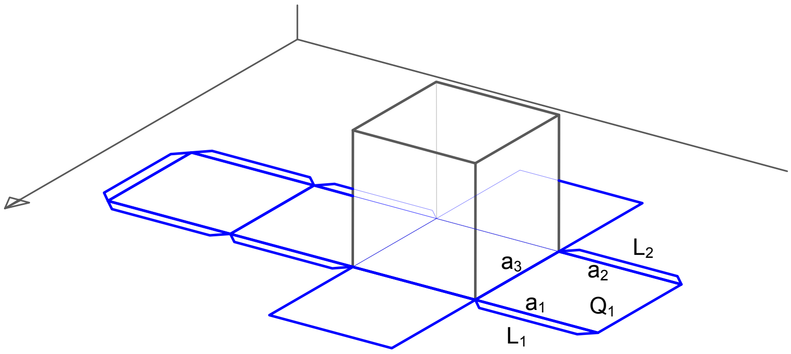
Nach Verschieben der 4 Teilfiguren eines rechtwinkeligen Dreiecks ergibt sich ein Dreieck mit den gleichen Abmessungen, aber mit einer Lücke. Warum?

Tangram



Die gegebenen 7 Figuren sollen so verschoben werden, dass sie das Quadrat 10 x 10 vollständig überdecken.

Die Verschiebungen sollen animiert verlaufen: a) gleichzeitig b) hintereinander

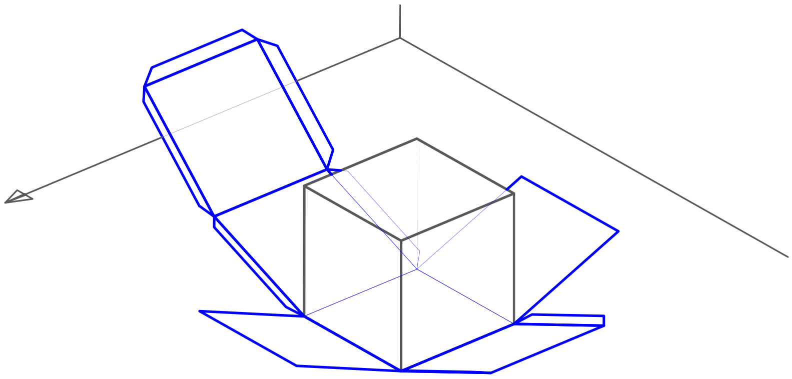


<u>Würfelnetz</u>

a) *gleichzeitig*

ww=0..1.2,0.005
w=IF(ww<=1:ww:1)

Um die 7 Laschen und 5 der 6 Quadrate auf den Würfel zu bewegen, werden nur Drehungen um 90° gebraucht. Wir verwenden als Drehwinkel w*90, wobei w von der Bereichsvariablen ww abhängt.



Dabei ist zu beachten, dass als Drehachse nur eine nicht transformierte Gerade verwendet werden darf:

1. Drehen von L_1 um a_1
2. Drehen von L_2 um a_2
3. Drehen von L_1, L_2 und Q_1 um a_3

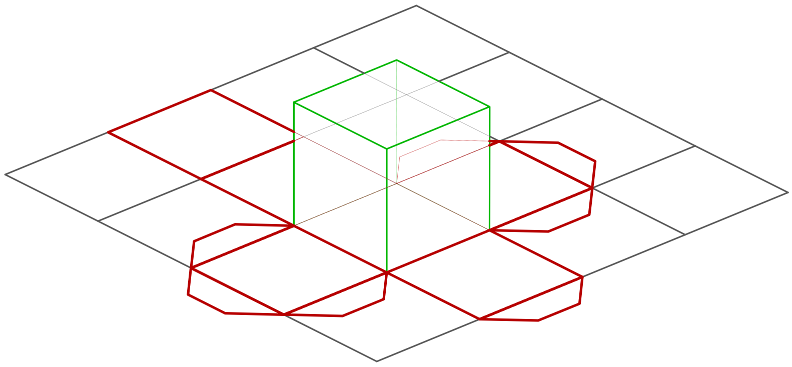
Für ww = 1 bis 1.2 ergibt sich eine Pause.

Wenn Laschen bzw. Quadrate schließlich exakt in den Seitenflächenebenen des Würfels liegen, kann es fallweise zu Sichtbarkeitsproblemen kommen. Hier hilft ein Trick. Man verwendet als Drehwinkel z.B. w*89.95

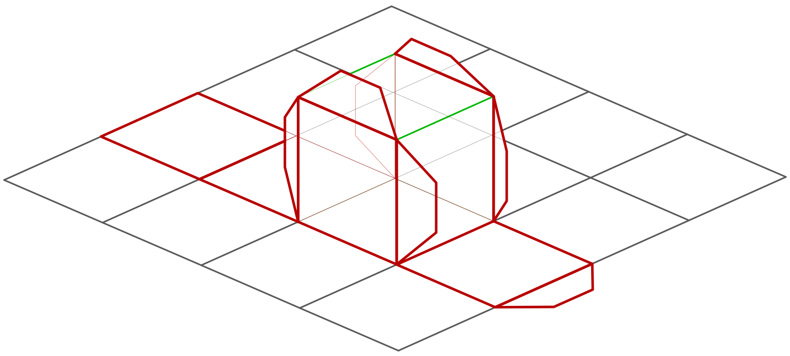
b) *hintereinander*

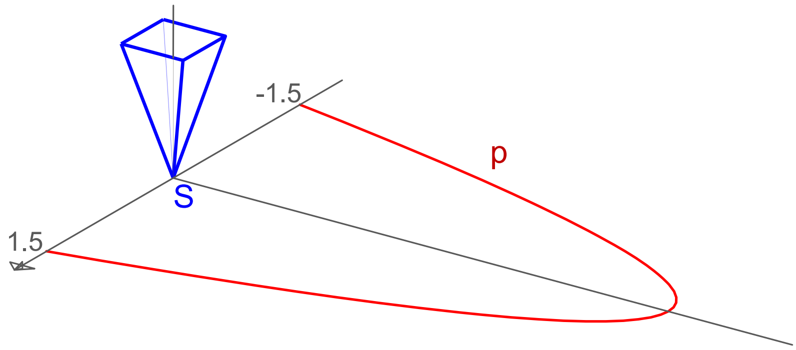
Im folgenden Beispiel eine andere Anordnung und Reihenfolge.

w=0..6.5,0.01
w1=IF(w<=1:w:1)
w2=IF(w<=1:0:IF(w<=2:w-1:1))
w3=IF(w<=2:0:IF(w<=3:w-2:1))
w4=IF(w<=3:0:IF(w<=4:w-3:1))
w5=IF(w<=4:0:IF(w<=5:w-4:1))
w6=IF(w<=5:0:IF(w<=6:w-5:1))



Der Vorteil der Organisation von hintereinander animierten Objekten liegt darin, dass auch Strecken, die bereits eine animierte Transformation hinter sich haben, als Drehachse für eine weitere animierte Drehung verwendet werden können. Nachteil: der VRML-Export liefert (derzeit) kein brauchbares Ergebnis.

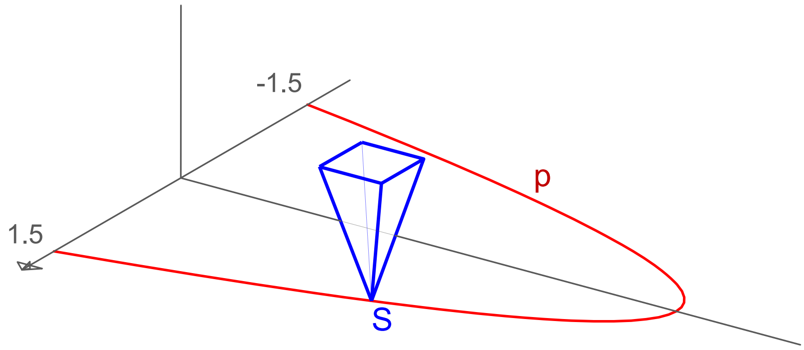




<u>Bewegen längs Kurve</u>

Die Pyramide und das Textobjekt S sollen längs der Parabel p bewegt werden. Die Kurve, längs der sich Objekte bewegen sollen, muß in Parameterdarstellung gegeben sein:

x = t
*y = -16/9*t*t + 4*
z = 0
t [-1.5, 1.5]



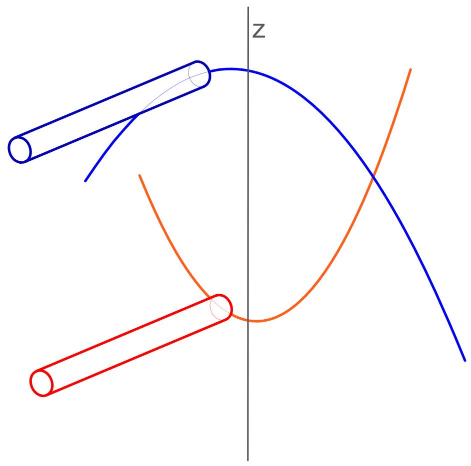
Zuerst muß man die zu animierenden Objekte so verschieben, dass die Objektpunkte, die sich auf der Kurve bewegen sollen, in den Koordinatenursprung des WKS zu liegen kommen. Dann genügt es, eine Verschiebung mit einem Schiebvektor vorzunehmen, der seinen Anfangspunkt im Ursprung und seinen Endpunkt auf der Kurve hat, d.h. seine Komponenten sind durch die Parameterdarstellung der Kurve festgelegt:

w=0..1,0.003
*s=-1.5 + 3*w*

*T(s,-16/9*s*s + 4,0)*

<u>Anmerkung</u>:
Eine oder mehrere Bereichsvariable mit beliebigen Anfangs- und Endwerten können mit Hilfe einer Bereichsvariablen *s=0..1,w* ausgedrückt werden. Werden z.B. 2 Bereichsvariable s1 = a1..e1,w und s2 = a2..e2,w gebraucht formuliert, man im Formeleditor einfach

s=0..1,w
s1 = a1 + s(e1-a1)*
s2 = a2 + s(e2-a2)*



<u>Bewegen längs zweier Kurven</u>

Der rote Zylinder soll längs der Kurve

*x=0 y=t z=4+t*t/2 t[-2,3]*

Der blaue Zylinder längs der Kurve

*x=0 y=t z=8-t*t/4 t[-3,4]*

bewegt werden. Im Formeleditor legt man fest:

s=0..1,0.004
*s1=-2+5*s*
*s2=-3+7*s*

Weitere Vorgangsweise siehe Beispiel ‚Bewegen längs Kurve'.

<u>Einstellungen für Abbildungen animiert</u>

Die Projektionsrichtung für die normale Axonometrie und für die Richtung des Hauptsehstrahles bei einer zentralperspektiven Abbildung wird durch die Winkel L und B festgelegt: L ist der Winkel, der von der x-Achse und der Normalprojektion der Projektionsrichtung auf die [xy]-Ebene eingeschlossen wird, B ist der Winkel der Projektionsrichtung zur [xy]-Ebene. Der Augpunkt bzw. das Zentrum für eine persp. Abbildung wird durch die Distanz d festgelegt. Macht man die Größen L, B und d abhängig von einer Bereichsvariablen, können Abbildungen animiert dargestellt werden.

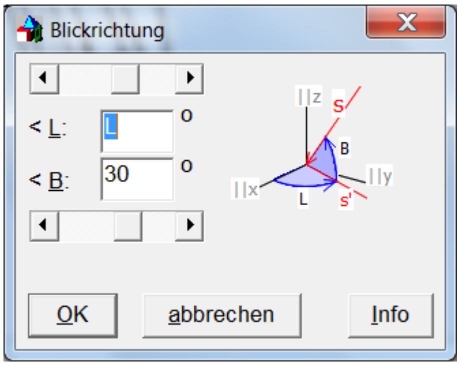
Tragwerk

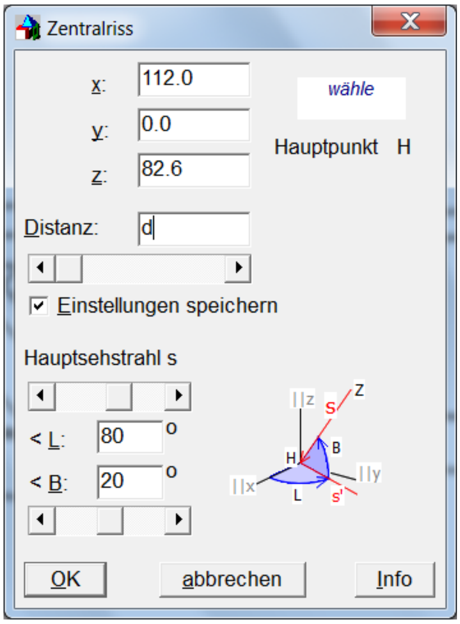
Im Beispiel tragwerk.gap wurde im Formeleditor

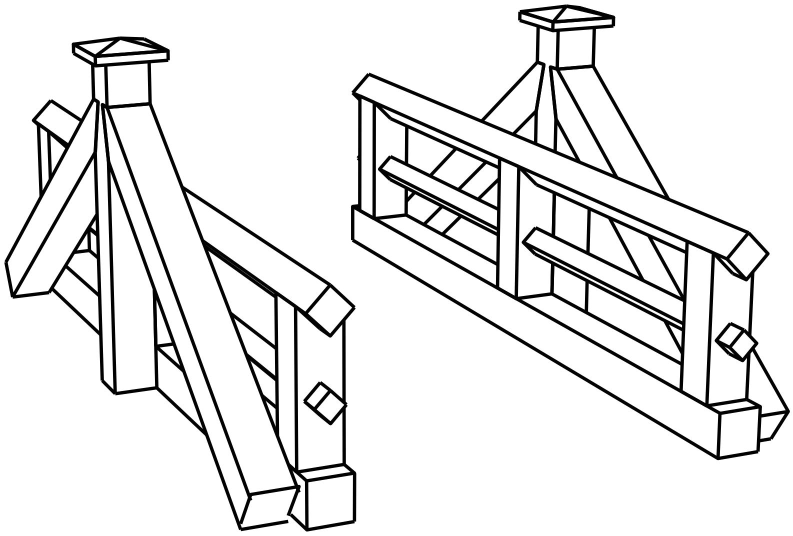
s=0..1,0.005	
*L=-80+160*s*	L=[-80,80]
*B=-60+s*120*	B=[-60,60]
d=400+s(1200-400)*	d=[400,1200]

festgelegt.

Verwendet man unter *Ansicht – Einstellungen – allg. Blickrichtung* für <L die Variable L und betätigt die Schaltfläche *anim*, läuft die normale Axo animiert ab, von L = -80° bis +80°. Genauso kann man mit *Ansicht – Einstellungen – Zentralriss* Im Feld Distanz die Variable d verwenden und bei aktiver Abbildung Zentralriss diese animiert abaufen lassen.







Auch Abmessungen von Objekten können durch Bereichsvariable festgelegt werden. Beim animierten Ablauf ändert sich die entsprechende Größe stetig. Im Beispiel

Ebene parallel drehen

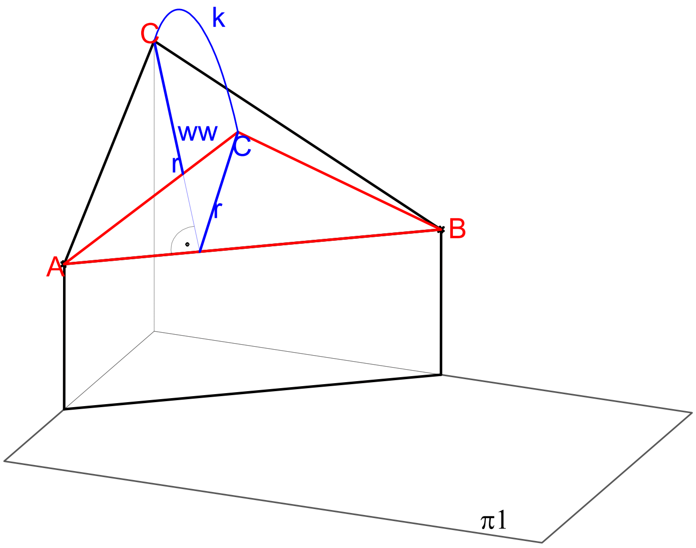
Das Dreieck ABC wird um die Hauptgerade AB gedreht, bis es parallel zu $\pi 1$ ist. Das Dreieck ABC erscheint dann im Grundriss in wahrer Größe. Der Punkt C beschreibt einen Kreisbogen k mit dem Zentriwinkel wxy. Soll k animiert dargestellt werden (ww), ist darauf zu achten, dass ww nicht den Wert 0 oder einen zu kleinen Wert annimmt. Dafür kann im Formeleditor vorgesorgt werden:

wxy=180-39.80557109215
r= 6.24819974073
w=0..wxy,0.4
ww=IF(w<3:3:w)

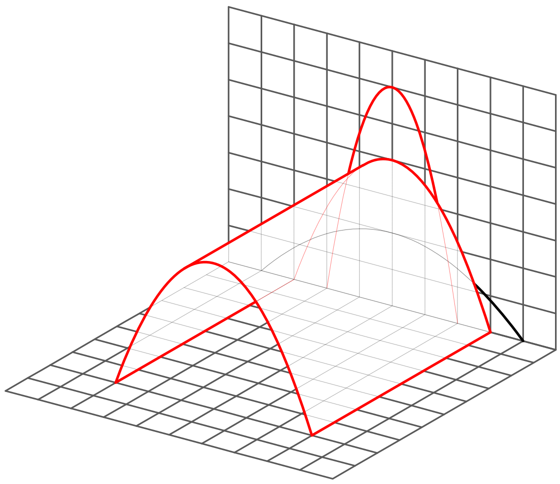
Im Protokoll wird der Sektor dann mit

SEKTOR hellblau,1,Projekt
DEF(r,0,ww,0,0)

festgelegt. Die Werte für wxy und r wurden mit *Bearbeiten – messen* ermittelt.



Parabolischer Zylinder

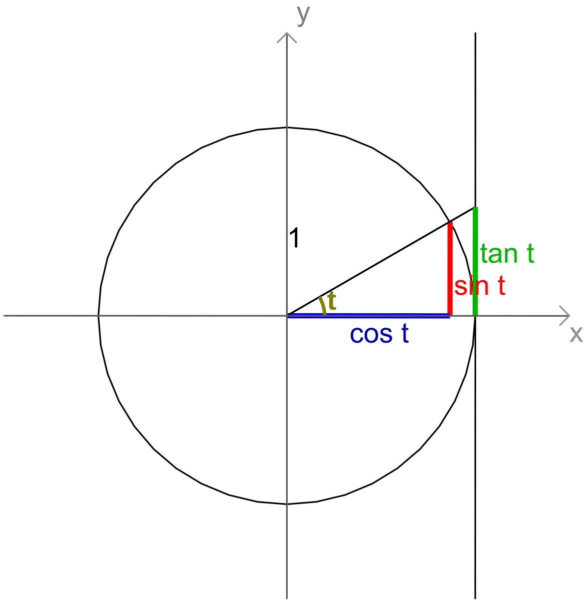


Die Spannweite w=8 und Höhe h=2 der Leitlinie (Parabelbogen) soll stetig verändert werden und zwar soll w halbiert und h verdreifacht werden. Damit das animiert möglich ist, müssen die Skalierungsfaktoren w und h von einer Bereichsvariabeln f abhängig gemacht werden:

f=0..1,0.01
*h=1+f*2*
*w=1-f*0.5*

f=0 → h=1	f=1 → h=3
f=0 → w=1	f=1 → w=0.5

Einheitskreis



Die Veränderungen der Winkelfunktionswerte für die Funktionen sin, cos und tan sollen veranschaulicht werden, in dem der Winkel t über die Bereichsvariable *w = 0..180, 0.5* gesteuert wird.
Zu diesem Zweck müssen die Koordinaten der Streckenendpunkte für die Strecken, welche die Funktionswerte repräsentieren, von w abhängig gemacht werden. Dabei muss beachtet werden, dass keine Strecken mit der Länge 0 entstehen. In solchen Fällen wird als Länge d verwendet.

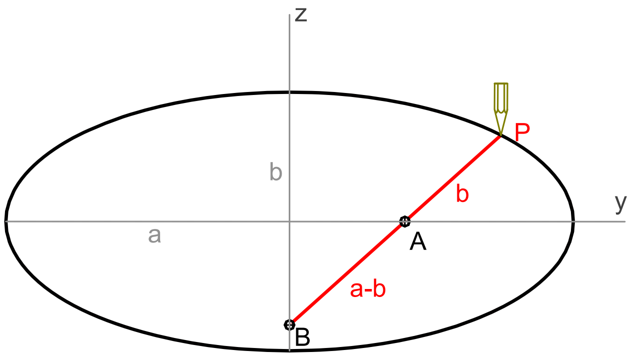
cos t → (0/0/0) – (x1,y1,z1)
w=0..180,0.5
d=0.01
x1=0
y1=IF(w=90:d:cos(w))
z1=0

sin(t) → (x2/y2/0) – (x2/y2/z2)
x2=0
y2=cos(w)
z2=IF(w=0:d:IF(w=180:d:sin(w)))

tan(t) → (0/1/0) – (x4/y4/z4)
x4=0
y4=1
z4=IF(w=0:d:IF(w=180:d:IF(w=90:d:tan(w))))

usw.

Ellipsenzirkel



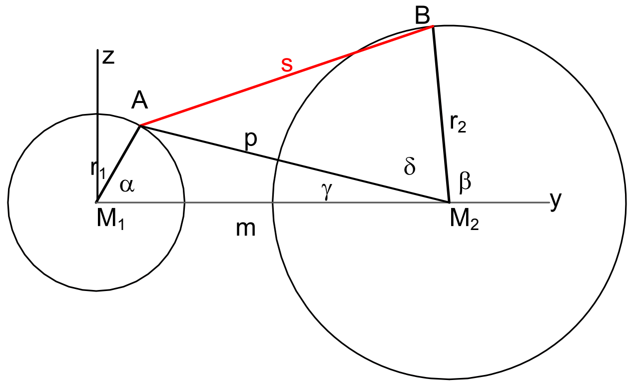
Wenn B sich auf der Nebenachse, A auf der Hauptachse der Ellipse bewegt, bewegt sich P auf der Ellipse, wenn sich die Abstände BA=a-b und AP=b nicht ändern.
b=5
a=11
z1=-a+b..a-b,0.05 Bereichsvariable
B(0/0/z1)

A(0/y1/0)
y1=sqrt((a-b)(a-b)-z1*z1)*

P(0/y2/z2)
*y2=a/(a-b)*y1*
*z2=z1 - a/(a-b)*z1*

Damit lässt sich die Strecke BP animiert darstellen.

Dreistabgetriebe
Die Strecke s soll animiert dargestellt werden für α=[0, 360°]



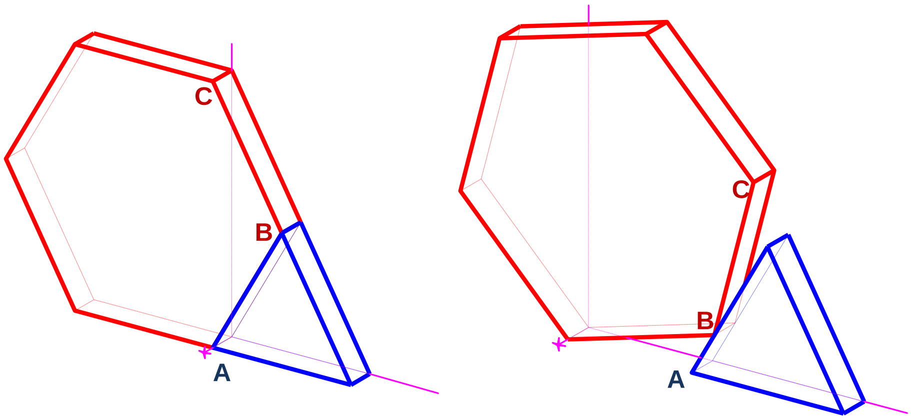
Bereichsvariable
alpha = 0..360,0.5

s = AB, A(0/y1/z1), B(0/y2/z2)
Die Koordinaten y1,z1,y2,z2 der Endpunkte A und B müssen in Abhängigkeit von der Bereichsvariablen alpha dargestellt werden.

r1=5
r2=10
s=17.5
p=sqrt(r1*r1+m*m-2*r1*m*cos(alpha))
sing=r1*sin(alpha)/p
gamma=asin(sing)

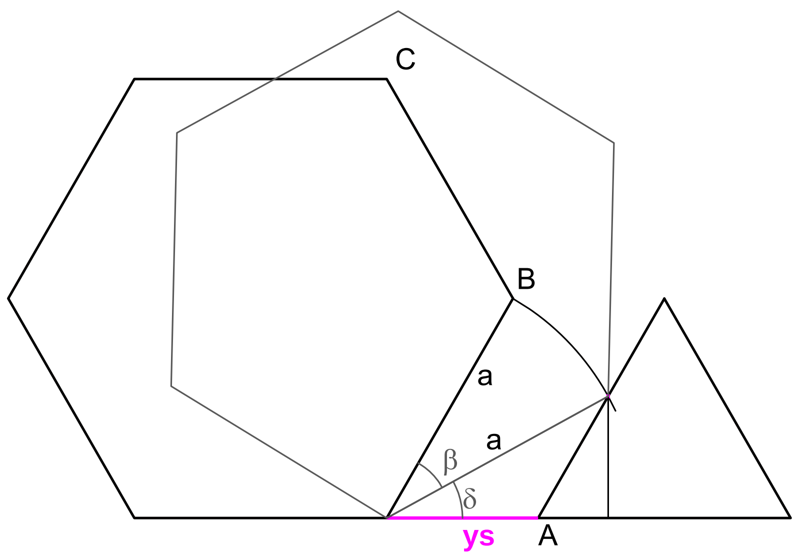
cosd=(p*p+r2*r2-s*s)/(2*p*r2)
delta=acos(cosd)
beta=180-gamma-delta
y1=r1*cos(alpha)
z1=r1*sin(alpha)
y2=r2*cos(beta)+m
z2=r2*sin(beta)

Zwanglauf
Das regelmäßige 6-seitige Prisma wird um die x-Achse um 90° gedreht und verschiebt dabei das regelmäßige 3-seitige Prisma in Richtung y-Achse. Diese Bewegung soll animiert dargestellt werden.



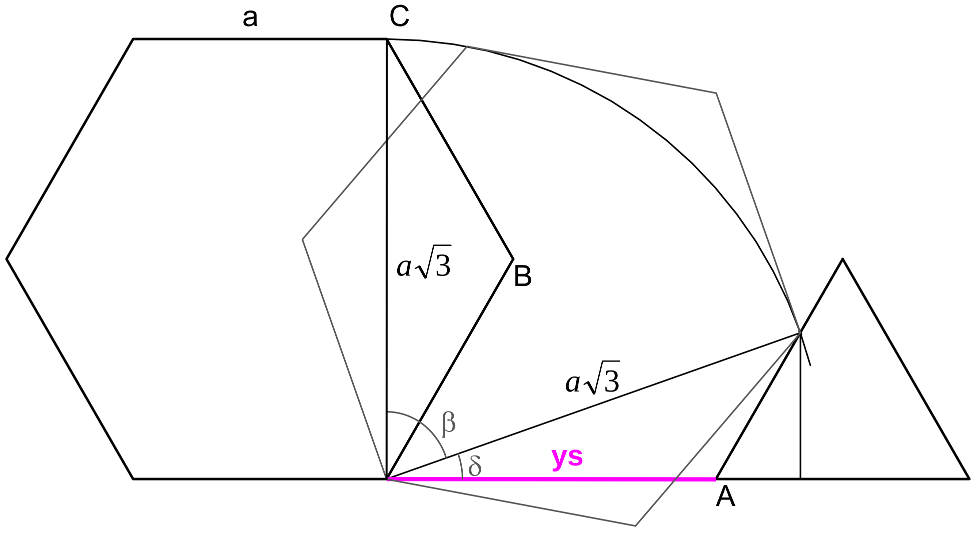
Die y-Koordinate ys von A legt den Vektor fest, um den sich das 3-seitige Prisma verschiebt. ys ist abhängig vom Drehwinkel beta = [0,90°], der als Bereichsvariable festgelegt wird. Je nach dem, ob 0 ≤ beta ≤ 60 oder 60 < beta ≤ 90 ist, liegen zwei verschiedene Berechnungssituationen vor. Sie ergeben sich aus geeigneten Skizzen.

Zwanglauf, Situation 1

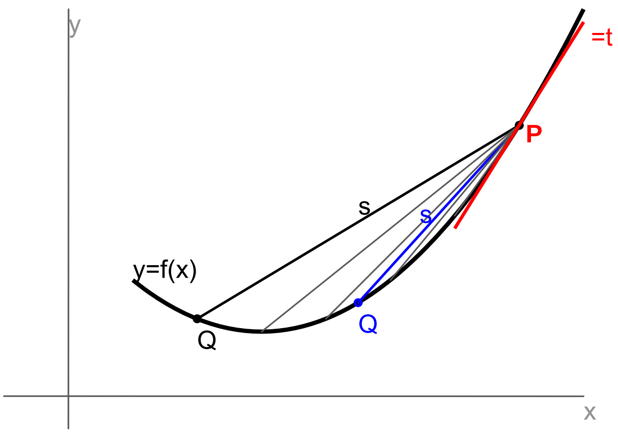


a=10
beta=0..90,0.2
d=IF(beta<=60:60-beta:90-beta)
*ys=IF(beta<=60:a*cos(d)-a*sin(d)/sqrt(3):a*sqrt(3)*cos(d)-a*sin(d))*

<u>Zwanglauf, Situation 2</u>



<u>Differential</u>
Durch die animierte Darstellung der Sehne PQ, wenn Q sich auf der Kurve zu P bewegt, soll veranschaulicht werden, dass die Sehne zur Tangente in P wird, wenn Q in P angelangt ist.



Kurvendiskussion

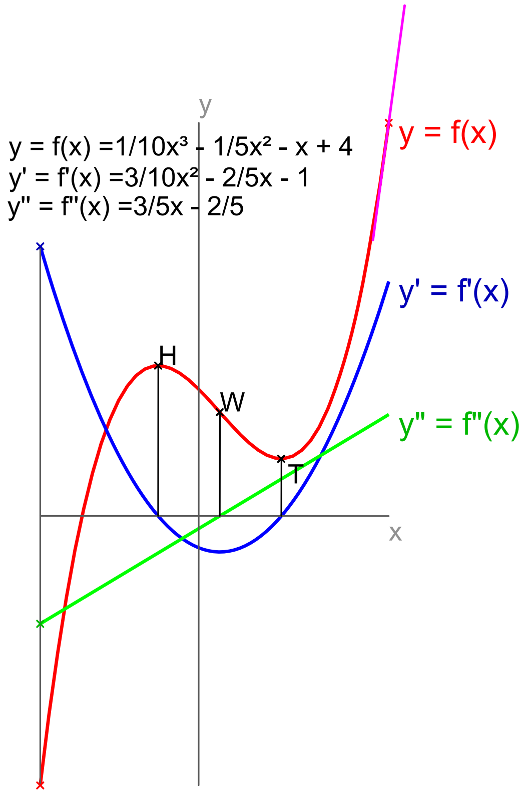
Die mathematischen Zusammenhänge zwischen den Schaubildern einer Funktion, deren 1.Ableitung und 2. Ableitung sollen so veranschaulicht werden, dass der Bereich, in dem die Kurven dargestellt werden, im Sinne einer Animation verändert werden. Ist z.B. f(x) im Bereich [ta,te] darzustellen, macht man die obere Grenze te abhängig von einer Bereichsvariablen w.

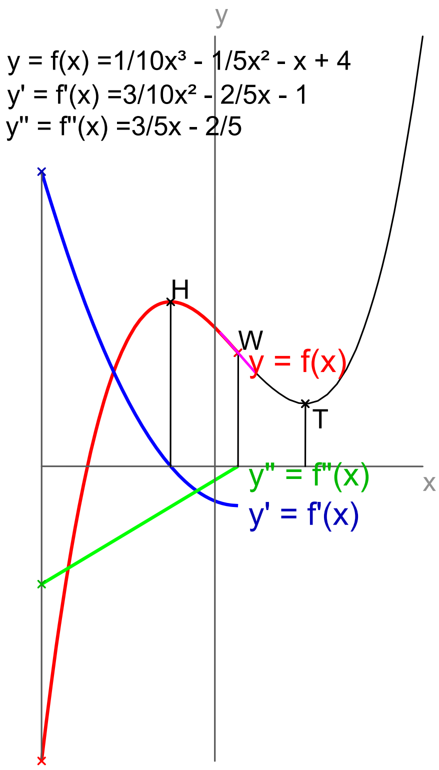
a=1/10
b=-1/5
c=-1
d=4
tee=6
ta=-5
w=0.01..tee-ta,0.075
te=ta+w

Die obere Grenze für die Kurvendarstellung ändert sich also von te = -4.99 bis te = 6. Trägt man in *3D-Objekte - Kurven x(t),y(t),z(t)* für Startwert und Endwert ta und te ein, wird die Kurve bis zum aktuellen Endwert dargestellt:

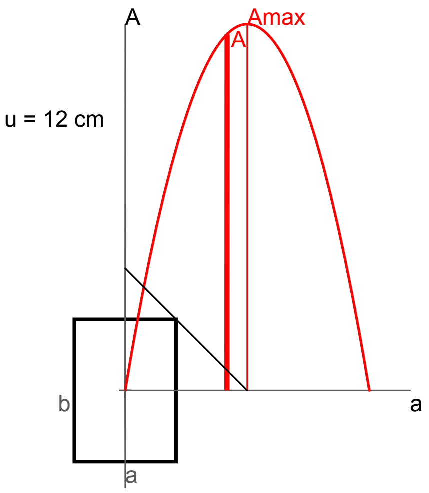
KURVE hellrot,3,Projekt
*DEF(0,t,a*t*t*t+b*t*t+c*t+d,ta,te,40)*

Man kann die Animation mit der <esc> Taste unterbrechen und die Zusammenhänge bezüglich der jeweiligen Situation besprechen.





Extremwertaufgabe, Rechteck



Welches Rechteck mit dem Umfang u = 12 cm hat den größten Flächeninhalt?

Um mit einer Animation die Aufgabenstellung veranschaulichen zu können, müssen die Abmessungen a und b von einer Bereichsvariablen w abhängig sein.

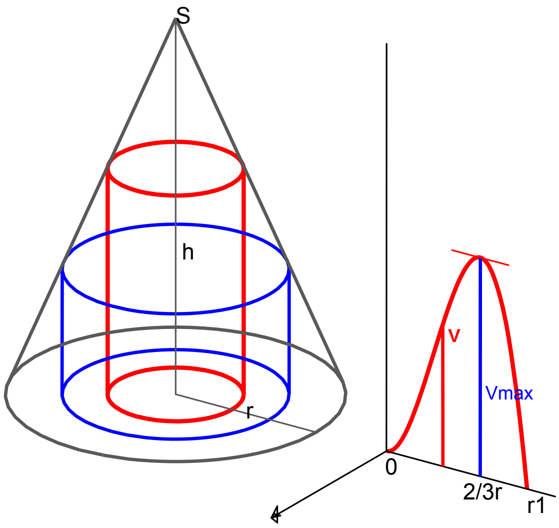
um=12
w=0.5..5.5,0.01
a=w
b=um/2-a
*F=a*b*

Darstellung des Rechteckes in der [yz]-Ebene, Abmessungen a und b. Anschließend verschieben mit dem Vektor (0,-a/2,-b/2)

Animierte Darstellung der sich ändernden Fläche als Strecke: (0/a/0) – (0/a/F)

Extremwertaufgabe, Zylinder in Kegel

Welcher dem Drehkegel (r,h) eingeschriebene Zylinder hat das größte Volumen?
Um alle möglichen Zylinder animiert darstellen zu können, müssen Radius und Höhe (r1,h1) von einer Bereichsvariablen abhängig sein. Man kann z.B. r1 als Bereichsvariable festlegen.



r=5
h=12
k=1/20
r1=0.1..r-0.05,0.02
h1=h/r(r-r1)*
*Vol=3.14159*r1*r1*h1*
*Vmax=4*3.14159*r*r*h/27*

Darstellung des Zylinders mit Abmessungen r1 und h1. Anschließend eine passende Verschiebung in den negativen y – Bereich.
Animierte Darstellung des sich ändernden Volumens Vol als Strecke: (0/r1/0) – (0/r1/k*Vol)
k = 1/20 dient als Verkleinerungsfaktor.
Die Parameterdarstellung der Funktion r1 → V ist
x(t) = 0
y(t) = t
*z(t) = k*3.14159*h/r*t*t*(r-t)*