Energie und Geometrie

Unterrichtsbeispiele und Anwendungsmöglichkeiten für 2D und 3D dynamische Geometrie

von Thomas Müller, Krems (thomas.mueller@schule.at)

oder

Was der Unterricht in den Fächern Geometrisches Zeichnen und Darstellende Geometrie zum Thema „Energie" beitragen kann

Der vorliegende Überblick möchte keine fertigen – unmittelbar im Unterricht einsetzbaren - Beispiele liefern, sondern lediglich die Ergiebigkeit dieses Themas in unsern Fächern zeigen und Anregungen bieten.
Unsere Umwelt ist in weiten Bereichen modellhaft mathematisch und oft speziell **geometrisch beschreibbar.**
Darauf nimmt auch in den Lehrplänen die Formulierung der Bildungs- und Lehraufgabe / Bildungsziele der beiden Fächer „Geometrisches Zeichnen" und „Darstellende Geometrie" besondere Rücksicht:

Und so möchte der vorliegende geometrische Streifzug durch die Welt der Technik und Physik dem roten Faden „Energie" von der Umwandlung →"Erzeugung") über den Transport beziehungsweise ihre Ausbreitung bis hin zur neuerlichen Umwandlung →"Verwendung" folgen. Im Zentrum stehen dabei für den Geometrieunterricht lohnende Bereiche / Beispiele mit Anknüpfungspunkten zum Themenkreis Energie.

Energieumwandlung

- Parabel – Brennpunkt, Paraboloid (Archimedes, römische Flotte vernichtet 214 v. Chr.)
- Ausrichtung und Nachführung von Solaranlagen, um optimale Sonneneinstrahlung zu erhalten
- Besonnungsprobleme, Reflexionsprobleme

Energietransport

- Seilrollen – Tangenten an Kreise (Umlenkrollen DG Seite 100)
- Archimedische Spirale (zum Heben von Wasser) – Schraubflächen
- Übertragung elektromagnetischer Energie (Sendung und Empfang von Nachrichten)
- System von Paraboloid und Ellipsoidteilen zum Transport der Signale etwa bei Sat-Empfang
- Anwendung beim Nierensteinzertrümmerer
- Funkenüberschlag auf elektrischen Leitungen –Gemeinnormale - kürzester Abstand zweier Geraden

Energieverwendung, Verwendung optimaler Methoden

- Minimierung des Energieverbrauchs, alle Arten von Optimierungsaufgaben
- Kürzeste und schnellste Verbindungen (Panoptimum 57ff), das Problem der kürzesten Verbindungen auf einer Kugeloberfläche
- Minimale Oberfläche bei größtem Volumen, isoperimetrisches Problem
- Energieeinsparung bei Transporten durch optimale Lagerung - dichteste **Packungen** – Spacefiller, Bienenwaben - Sechseckparkettierung
- Probleme aus der elementaren Geometrie bis zur Variationsrechnung

Literatur:

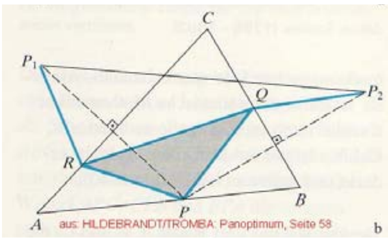
- Wittmann, Erich: Elementargeometrie und Wirklichkeit, Einführung in geometrisches Denken, Vieweg&Sohn, Braunschweig/Wiesbaden, 1987
- Hildebrandt, Stefan/Tromba, Anthony: Panoptimum, mathematische Grundmuster des Vollkommenen, Spektrum der Wissenschaft, Heidelberg, 1984
- Bolt, Brian: Die zweite mathematische Fundgrube, Ernst Klett Schulbuchverlag, Stuttgart, 1989
- Zum Thema: Polyeder und Raumpackungen: ASPERL, Andreas: Bekanntes und weniger Bekanntes über reguläre Polyeder, IBDG 1/1991, S. 17 – 28.
- Zu den Bienenwaben: http://www.hitechnatur.ch/bauen/1/einleit.html
- Neuer DG-Lehrplan: Quelle: http://www.bmbwk.gv.at/medienpool/11863/lp_neu_ahs_11.pdf

www.geometry.at / geometrie.schule.at /

Anregungen für eine weitere Beschäftigung mit dem Thema „Energie und Geometrie“

Zum Thema Optimierung:

1. Visualisiere das Problem von SCHWARZ



aus: HILDEBRANDT/TROMBA: Panoptimum, Seite 58

2. Visualisiere das Problem von STEINER:
Konstruiere über jeder Seite eines allgemeinen Dreiecks ein gleichseitiges Dreieck. Verbinde jeweils die „freie“ Ecke eines gleichseitigen Dreiecks mit dem Eckpunkt des Ausgangsdreiecks, welcher nicht auf diesem gleichseitigen Dreieck liegt.
Überprüfe: Alle drei möglichen Verbindungsgeraden sind gleich lang und schneiden sich in einem Punkt. Dieser Punkt ist die Lösung des Problems von STEINER.

3. Konstruiere die kürzeste Verbindung zweier Punkte auf einer Kugeloberfläche (etwa mit einem DRGS-Programm)

4. Konstruiere die kürzeste Verbindung zweier Geraden im Raum (etwa mit einem DRGS-Programm)
… einmal über die „gemeinsame Normale“

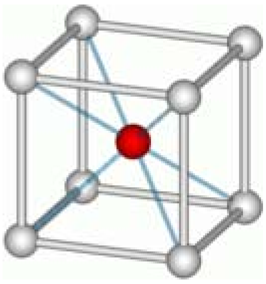
… einmal als Grenzwert einer Folge von Normalen (auf den beiden Geraden abwechselnd)

5. Wie lautet die isoperimetrische Ungleichung für den Raum, für die Ebene?
Überprüfe, ob die Formeln für Kugel und Kreis diese Ungleichung erfüllen

Zum Thema Energie:
Lesetext: http://www.kwhirsch.de/pdf/energie_JuliSeminar.pdf [25. März 2006]

Infos zum Autor: **www.muel.at** Mail: **thomas.mueller@schule.at**

Zum Thema „Raumpackungen“
http://de.wikipedia.org/wiki/Kubisches_Gitter
1. Konstruiere einen kubisch-raumzentrierten Gitter-Baustein in DRGS oder in einem 3D-CAD-Programm, Überlege, welche Körper durch benachbarte (rote) Mittelpunkte entstehen.



http://de.wikipedia.org/wiki/Rhombendodekaeder

2. Konstruiere ein Rhombendodekaeder durch Aufsetzen von Pyramiden auf die 6 Würfelseitenflächen, wobei die Höhe jeweils halb so groß wie die Würfelkantenlänge sein soll.

Vgl. zu Raumfüllungen auch
http://www.wissenschaft-online.de/page/fe_seiten?article_id=591586&skip=2
http://www.polymorf.net/lesson19.htm

3.. Dichteste Kugelpackungen
Keplersche Vermutung (aus Wikipedia, der freien Enzyklopädie)
Die **Keplersche Vermutung** ist eine Vermutung über die Packung von Kugeln im dreidimensionalen euklidischen Raum. Sie besagt, dass keine Anordnung von gleich großen Kugeln eine größere mittlere Dichte aufweist als die kubisch-flächenzentrierte Packung und die hexagonale Packung. Die mittlere Dichte dieser Packungen ist etwas größer als 74 Prozent.
1998 hat Thomas C. Hales, zurzeit Andrew-Mellon-Professor an der Carnegie Mellon Universität Pittsburgh bekannt gegeben, dass er …

→http://de.wikipedia.org/wiki/Keplersche_Vermutung [28. März 2006]
→http://de.wikipedia.org/wiki/Bravais-Gitter [28. März 2006]

Zum Thema „Zweibrennpunktmethode“
Visualisiere die prinzipielle Funktionsweise eines Nierensteinzertrümmerers:
http://www.learn-line.nrw.de/angebote/selma/foyer/projekte/bielefeldproj2/texte/nierensteinzertuemmerer.htm